Lycée rue Fattouma Bourguiba Monastir	Devoir de contrôle n° : 1 — 4 Math 2
	MATHEMATIQUES
Mr Zemni	Le 14/9/2009 — DUREE : 2

Exercice 1 : (4 points)

Compléter la feuille ci – jointe et la remettre.

Exercice 2 : (7 points)

1) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$. A tout réel $\theta \in \left]\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right[$,

   on considère l'équation : $(E_\theta) : z^2 - 2(i + \cos\theta)z + 2i.\cos\theta = 0$.

   a. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E_θ).

   b. Donner le module et un argument de chacune des solutions de (E_θ).

2) On désigne par A , M_1 et M_2 les points d'affixes respectives : i , $z_1 = i + e^{i\theta}$ et $z_2 = i + e^{-i\theta}$.

   a. Déterminer l'ensemble (C_1) décrit par M_1 lorsque θ décrit $\left]\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right[$.

   b. Déterminer l'ensemble (Γ) décrit par le milieu I de $[M_1M_2]$ lorsque θ décrit $\left]\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right[$.

   c. Etablir que $z_2 - i = \overline{z_1 - i}$.

   d. En déduire que : $\begin{cases} AM_1 = AM_2 \\ (\widehat{\vec{u},\overrightarrow{AM_1}}) \equiv -(\widehat{\vec{u},\overrightarrow{AM_2}})[2\pi] \end{cases}$ et que M_1 est l'image de M_2 par une symétrie axiale que l'on précisera.

Exercice 3 : (6 points)

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_o = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + \frac{1}{u_n} - 1$.

1) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $u_n > 1$
2) Etudier la monotonie de (u_n).
3) En déduire que (u_n) converge et déterminer sa limite.
4) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $0 < u_{n+1} - 1 < \frac{1}{2}(u_n - 1)$.

   b) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $0 < u_n - 1 < (\frac{1}{2})^n$. Retrouver $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

5) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on pose $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} u_k$

   a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a : $0 < S_n - n < 1 - (\frac{1}{2})^n$ (utiliser 3)b)).

   b) En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{S_n}{n}$.

Exercice 4 : (3 points)

Soit f une fonction continue et strictement croissante sur $[0,10]$ et dont le tableau de variations est :

x	0	10
f(x)	1 ↗	8

1) Montrer que l'équation : $f(x) = x$ admet une solution unique α dans $[0,10]$
2) Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_o = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_{n+1} = f(u_n)$
   a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $u_n \le 8$
   b) Montrer que (u_n) croissante sur $\mathbb{N}$. (u_n) est-elle convergente ?

Devoir.tn
Toutes les matières, tous les niveaux...

Nom & Prénom : ....

Exercice 1 : (QCM

Cocher la seule bonne réponse . Aucune Justification n'est demandé.

1) Un argument du nombre complexe $\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}$ est :

☐ $\frac{\pi}{12}$ ☐ $\frac{5\pi}{12}$ ☐ $\frac{7\pi}{12}$.

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points $A(-1)$, $B(1+2i)$, $C(3)$ et $D(-3i)$.

☐ Les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont orthogonaux.

☐ Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

☐ Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

3) L'ensemble des points M d'affixe z tel que $|z-1+i| = \left|e^{i\frac{\pi}{6}}z+2-3i\right|$ est :

☐ Un cercle .

☐ Une demi-droite .

☐ Une droite.

4) L'équation $3x-4x^3=1$ admet dans l'intervalle $[0 , 1]$:

☐ Aucune solution .

☐ Exactement une solution .

☐ Deux Solutions

Devoir.tn
Toutes les matières, tous les niveaux...